UNIVERSIDAD DE LIMA

Semana N° 1
Ejercicios Resueltos

ECUACIONES DIFERENCIALES

2025-2 | SEMANA N1

UNIVERSIDAD DE LIMA

Ejercicio 1:

Determine si la ED es una EDO o una EDP, en cada caso indique el orden.

a) $(1-x)y''+3xy'-y=\ln x$

b) $\dfrac{\partial u}{\partial x}-\dfrac{\partial u}{\partial y}=x-y$

c) $2y'=y^3\cos x$

d) $\dfrac{d^3x}{dt^3}-\dfrac{d^2x}{dt^2}+t\,x=e^t$

e) $u_{xx}-u_t=0$

EDO	TIPO	ORDEN
a)	edo	segundo orden
b)	edp	primer orden
c)	edo	primer orden
d)	edo	tercer orden
e)	edp	segundo orden

UNIVERSIDAD DE LIMA

Ejercicio 2:

Indique si las EDO son Lineales o no lineales:

a) $x\dfrac{d^3y}{dx^3}-\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^4+y=0$

b) $\dfrac{d^2R}{dt^2}=-\dfrac{1}{R^2}$

c) $y^3\dfrac{d^3x}{dy^3}+y^2\dfrac{d^2x}{dy^2}+y\dfrac{dx}{dy}+x=12y^2$

d) $yy''+y'=\tan x$

EDO	vd	vi	LINEALIDAD
a)	y	x	No Lineal
b)	R	t	No Lineal
c)	x	y	Lineal
d)	y	x	No Lineal

Ejercicio 3:

Determine si la función $y = Ae^{-2x} + Be^{-3x}$ es solución de la ecuación diferencial $y'' + 5y' + 6y = 0.$

Solución:

$$\begin{cases} y = Ae^{-2x} + Be^{-3x} \\ y' = -2Ae^{-2x} - 3Be^{-3x} \\ y'' = 4Ae^{-2x} + 9Be^{-3x} \end{cases}$$

Reemplazando en la edo: $y''+5y'+6y=0$

$$4Ae^{-2x} + 9Be^{-3x} + 5(-2Ae^{-2x} - 3Be^{-3x}) + 6(Ae^{-2x} + Be^{-3x}) = 0$$

$$0 = 0 \qquad \textbf{identidad}$$

Luego $y = Ae^{-2x} + Be^{-3x}$ es una solución de la edo

UNIVERSIDAD DE LIMA

Ejercicio: Guia N1 (3 b-g-h)

Determine si la función dada es una solución explícita o implícita de la ecuación diferencial correspondiente, indicando si es general, particular o singular.

b) $y = A\,cos2x + B\,sen2x\,;\quad y'' + 4y = 0$

g) $y = 2\,lnx + 4\,;\quad x^2y'' - xy' + y = 2\,lnx$

h) $xy^3 - y = C\,;\quad y^3 + (3x\,y^2 - 1)\dfrac{dy}{dx} = 0$

Solución:

UNIVERSIDAD DE LIMA

b) $y = A\,cos2x + B\,sen2x\,;\quad y'' + 4y = 0$

$$y' = -2A\,\text{sen}2x + 2B\,cos2x$$

$$y'' = -4A\,cos2x - 4B\,sen2x$$

Reemplazando en la edo: $y'' + 4y = 0$

$$-4A\,cos2x - 4B\,sen2x + 4(A\,cos2x + B\,sen2x\,) = 0$$

$$0 = 0 \qquad \textbf{identidad} \quad \checkmark$$

Luego $y = A\,cos2x + B\,sen2x$ es una **solución general** dada en forma **explícita** de la edo.

Solución:

UNIVERSIDAD DE LIMA

g) $y = 2\,lnx + 4\,;\qquad x^2y'' - xy' + y = 2\,lnx$

$$y' = \frac{2}{x} = 2\,x^{-1} \qquad y'' = -\frac{2}{x^2}$$

Reemplazando en la edo: $x^2y'' - xy' + y = 2\,lnx$ ← **Edo Lineal**

$$x^2\left(-\frac{2}{x^2}\right) - x\left(\frac{2}{x}\right) + 2\,lnx + 4 = 2\,lnx$$

$$2\,lnx = 2\,lnx$$ **identidad** ☑

Luego $y = 2\,lnx + 4$ es una **solución particular** dada en forma **explícita** de la edo.

Solución:

UNIVERSIDAD DE LIMA

h) $xy^3 - y = C$; $y^3 + (3x\,y^2 - 1)\dfrac{dy}{dx} = 0$

Derivando implícitamente la relación: $xy^3 - y = C$

$$(xy^3 - y)' = C' \quad \rightarrow \quad (xy^3)' - (y)' = 0$$

$$(1\,y^3 + 3x\,y^2\,y') - y' = 0$$

$$y^3 + 3x\,y^2\,y' - y' = 0$$

$$y^3 + (3x\,y^2 - 1)y' = 0$$ **Edo**

Luego la relación $xy^3 - y = C$ proporciona una **solución general** dada en forma **implícita**.

Ejercicio: Guia N1 (4)

4) Sean la EDO $xy' - \frac{1}{4}(y')^2 = y$, así como las funciones, $y_1 = Cx - \frac{1}{4}C^2$, $y_2 = Cx + \frac{1}{4}C^2$, $y_3 = 2x - 1$, $y_4 = 2x + 1$, $y_5 = x^2$, $y_6 = -x^2$. ¿Cuáles de las funciones dadas es una solución de la ecuación diferencial? Justifique sus respuestas. En cada caso afirmativo indique si la solución es general, particular o singular.

Solución:

UNIVERSIDAD DE LIMA

$$\textbf{edo: } xy' - \frac{1}{4}(y')^2 = y$$

i) $y = Cx - \frac{1}{4}C^2 \quad \rightarrow \quad y' = C$

Reemplazando en la edo: $xy' - \frac{1}{4}(y')^2 = y$

$$xC - \frac{1}{4}(C)^2 = Cx - \frac{1}{4}C^2$$ **identidad** ✔

Luego $y = Cx - \frac{1}{4}C^2$ es una **solución general** de la edo.

UNIVERSIDAD DE LIMA

ii) $y = Cx + \frac{1}{4}C^2 \rightarrow \quad y' = C$

Reemplazando en la edo: $xy' - \frac{1}{4}(y')^2 = y$

$$xC - \frac{1}{4}(C)^2 \neq Cx + \frac{1}{4}C^2$$ **no es identidad**

Luego $y = Cx - \frac{1}{4}C^2$ no es una **solución** de la edo.

UNIVERSIDAD DE LIMA

iii) $y = 2x - 1$

Se obtiene a partir de la solución general : $y = Cx - \frac{1}{4}C^2$

$$C = 2 \rightarrow \quad y = 2x - \frac{1}{4}(2^2)$$

$$\rightarrow \quad y = 2x - 1$$

Luego $y = 2x - 1$ es una **solución particular** de la edo.

UNIVERSIDAD DE LIMA

iv) $y = 2x + 1 \quad \rightarrow \quad y' = 2$

Reemplazando en la edo: $xy' - \frac{1}{4}(y')^2 = y$

$$2x - \frac{1}{4}2^2 \neq 2x + 1$$ **no es identidad**

Luego $y = 2x + 1$ no es una **solución** de la edo.

v) $y = x^2 \quad \rightarrow \quad y' = 2x$

Reemplazando en la edo: $xy' - \frac{1}{4}(y')^2 = y$

$$x(2x) - \frac{1}{4}(2x)^2 = x^2$$

$$x^2 = x^2 \qquad \textbf{identidad} \quad \checkmark$$

Luego $y = x^2$ es una **solución singular** de la edo, pues no se puede obtener de la solución general.

Ejercicio: Guia N1 (4)

6) Determine los valores de m para los que la función $y = e^{mx}$ es una solución de cada una de las siguientes ecuaciones diferenciales.

a) $y' + 3y = 0$

b) $y'' + 6y' + 5y = 0$

c) $y''' + 3y'' + 2y' = 0$

d) $y^{(5)} - 3y''' + 2y' = 0$

e) $y'' + 2y' + 2y = e^{-x}$

Solución:

UNIVERSIDAD DE LIMA

b) $y = e^{mx}$ es solución de la edo $y'' + 6y' + 5y = 0$

$\rightarrow \quad y' = m\, e^{mx}$

$\rightarrow \quad y'' = m^2\, e^{mx}$

Reemplazando en la edo: $y'' + 6y' + 5y = 0$

$$m^2\, e^{mx} + 6m\, e^{mx} + 5e^{mx} = 0$$

$$(m^2 + 6m + 5)\, e^{mx} = 0$$

$$\rightarrow (m^2 + 6m + 5) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = -5 \end{cases}$$

Gracias